v est dérivable sur $\mathbf{R}$ car la fonction $t \mapsto \dfrac{1}{1+t^2}$ est continue sur $\boldsymbol{R}$ et $\forall x \in \mathbf{R}$; $v'(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$

$\varphi(x) = v(tgx)$, la fonction tg est dérivable sur $\left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[$ donc φ est dérivable sur $\left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[$ et $\forall x \in \left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[$;

$\varphi'(x) = (1+tg^2 x)v'(tgx) = \dfrac{1+tg^2 x}{1+tg^2 x} = 1$ d'où

$\forall x \in \left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[$; $\varphi(x) = x + c$ or on a

$\varphi(0) = \displaystyle\int_0^0 \frac{dt}{1+t^2} = 0$ d'où c = 0 et par suite $\forall x \in \left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[$; $\varphi(x) = x$

c) $I = \displaystyle\int_0^{\frac{Log3}{2}} f(t)dt = F(\frac{Log3}{2})$ or d'après 3°/ a)

$$F(\frac{Log3}{2}) = \int_0^{\frac{Log3}{2}} \frac{dt}{1+t^2} + Log(\frac{\sqrt{2}e^{\frac{Log3}{2}}}{\sqrt{1+e^{Log3}}}) = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{dt}{1+t^2} + Log(\frac{\sqrt{6}}{2})$$

$$= \int_0^0 \frac{dt}{1+t^2} + \int_0^{\sqrt{3}} \frac{dt}{1+t^2} + \frac{1}{2}Log(\frac{3}{2})$$

$$= -\int_0^{tg\frac{\pi}{4}} \frac{dt}{1+t^2} + \int_0^{tg\frac{\pi}{3}} \frac{dt}{1+t^2} + \frac{1}{2}Log(\frac{3}{2})$$

$$= -\varphi(\frac{\pi}{4}) + \varphi(\frac{\pi}{3}) + \frac{1}{2}Log(\frac{3}{2})$$

I est la mesure en unité d'aire de l'aire de la partie du plan limité par la courbe de f, et les droite d'équations respectives :

$y = 0$; $x = 0$ et $x = \dfrac{Log3}{2}$

4°/ a) $\forall t \in \mathbf{R}$; $\dfrac{1}{1+e^{2t}} = \dfrac{1+e^{2t}-e^{2t}}{1+e^{2t}} = 1 - \dfrac{e^{2t}}{1+e^{2t}}$ donc $a = 1$ et $b = -1$